

سری چهارم تمرین‌های آمار و احتمالات مهندسی

تحویل پاسخ: سه‌شنبه ۹۵/۱۲/۱۷

۱- الف) هرگاه X یک متغیر تصادفی پواسون با پارامتر λ باشد، نشان دهید که احتمال آنکه X یک عدد زوج (شامل عدد صفر) باشد برابر است با: $\frac{1}{2}(1 + e^{-2\lambda})$.

ب) احتمال آنکه X یک عدد زوج مثبت باشد (صفر شامل نمی‌شود)، چقدر است؟

۲- در یک مسابقه‌ی پرتاب سکه‌ی سالم بین A و B ، نفر A بازی را شروع می‌کند. او سکه را پرتاب می‌کند تا دو شیر متوالی آمده و او برنده شود و یا پیش از دو شیر متوالی خط بیاید و سپس سکه را به B بدهد. نفر B نیز سکه را پرتاب می‌کند تا دو شیر متوالی آمده و برنده شده و یا پیش از دو شیر متوالی خط بیاید و سکه را به A برگرداند و به همین ترتیب بازی تا مشخص شدن برنده ادامه پیدا می‌کند.

الف) اگر متغیر تصادفی Y نشانگر پرتاب‌های انجام شده توسط هر دو نفر باشد، $P_Y(k)$ ، یعنی تابع جرمی Y را برای $k = 2, 3, 4, 5$ تعیین کنید.

ب) اگر متغیر تصادفی Z نشانگر پرتاب‌های انجام شده توسط A باشد، $P_Z(k)$ ، یعنی تابع جرمی Z را برای $k = 2, 3, 4, 5$ تعیین کنید.

۳- سه سکه با شماره‌های ۱ تا ۳ در اختیار است. در پرتاب سکه‌ی شماره‌ی k احتمال ظاهر شدن شیر برابر $\frac{k}{3}$ می‌باشد ($k = 1, 2, 3$). شخصی با احتمال $\frac{1}{2}$ سکه‌ی شماره‌ی ۱ و با احتمال یکسان p هر یک از دو سکه‌ی دیگر را انتخاب می‌کند. متغیر تصادفی Y شماره‌ی سکه‌ی انتخاب شده می‌باشد.

الف) مقدار p را تعیین کنید.

ب) تابع جرمی Y را به دست آورید.

پ) تابع توزیع Y را به دست آورید.

ت) هرگاه A نشانگر ظاهر شدن شیر باشد، با شرط وقوع A ، احتمال آن که سکه‌ی دوم پرتاب شده، چقدر است؟

ث) تابع جرمی شرطی Y به شرط A را تعیین کنید ($P\{Y = k|A\}=?$).

ج) تابع توزیع شرطی Y به شرط A را تعیین کنید ($P\{Y \leq y|A\}=?$).